Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

*Факультет программной инженерии и компьютерной техники*

**Практическая работа №2**

по дисциплине

«Методы оптимизации» Вариант 8

Выполнила:

Студентка P3232

Копалина М.А. Проверила:

Селина Е.Г.

г. Санкт-Петербург 2024г.

**Задание**

Решить задачу четырьмя методами: методом половинного деления, методом золотого сечения, методом хорд и методом Ньютона. По 5 шагов каждого метода выполнить вручную + написать программу по каждому методу на одном из языков программирования.

Расчеты

# Метод половинного деления

Исходный код:

**from typing import Callable**

**def solve(**

**f\_derivatives: list[Callable[[float], float]],**

**\_a: float,**

**\_b: float, e: float,**

**) -> tuple[float, float]: f = f\_derivatives[0]**

**a = \_a**

**b = \_b**

**while True:**

**# Шаг 1**

**x1 = (a + b - e) / 2 x2 = (a + b + e) / 2**

**# Шаг 2**

**y1 = f(x1) y2 = f(x2)**

**# Шаг 3**

**if y1 > y2:**

**a = x1 else:**

**b = x2**

**# Шаг 4**

**if b - a <= 2 \* e: break**

**# Шаг 5**

**x\_m = (a + b) / 2 y\_m = f(x\_m)**

**return x\_m, y\_m**

Итерация 1:

1. 𝑥1 = (𝑎 + 𝑏 − ε)/2 = (1 + 1.5 – 0.05)/2 =1.225,
2. 𝑥2 = (𝑎 + 𝑏 + ε)/2 = (1 + 1.5 + 0.05)/2 = 1.275
3. 𝑦1 = 𝑓(𝑥1) = −1.72158953609, 𝑦2 = 𝑓(𝑥2) = −1.75237936153
4. 𝑓(𝑥1) > 𝑓(𝑥2) ⇒ a = 𝑥1 = 1.225
5. 𝑏 − 𝑎 = 1.5 − 1.225 = 0. 225, 2 \* ε = 0.1, значит, 𝑏 − 𝑎 > 2 \* ε ⇒ переходим к пункту 1

Итерация 2:

1. 𝑥1 = (𝑎 + 𝑏 − ε)/2 = (1.225+1.5 −0.05)/2 = 2.675/2 =1.3375

𝑥2 = (𝑎 + 𝑏 + ε)/2 = (1.225+1.5 +0.05)/2 = 2.775/2 =1.3875

1. 𝑦1 = 𝑓(𝑥1) = −1.7418571616, 𝑦2 = 𝑓(𝑥2) = −1.68180430433
2. −1.7418571616 < −1.68180430433⇒ 𝑏 = 𝑥2 = 1.3875
3. 𝑏 − 𝑎 = 1.3875 − 1.225 = 0.1625, 2 \* ε = 0.1, значит,

𝑏 − 𝑎 > 2 \* ε ⇒ переходим к пункту 1

Итерация 3:

1. 𝑥1= (𝑎+𝑏−ε)/2=(1.225+1.3875−0.05)/2 = 2.5625/2 =1.28125,

𝑥2=(𝑎+𝑏+ε)/2=(1.225+1.3875+0.05)/2 = 2.6625/2 =1.33125

1. 𝑦1 = 𝑓(𝑥1) = −1.75402331102, 𝑦2 = 𝑓(𝑥2) = −1.74584400381
2. 𝑓(𝑥1) > 𝑓(𝑥2) ⇒ 𝑎 = 𝑥1 = 1.28125
3. 𝑏 − 𝑎 = 1.3875 − 1.28125= 0.10625, 2 \* ε = 0.1, значит,

𝑏 − 𝑎 > 2 \* ε ⇒ переходим к пункту 1

Итерация 4:

1. ​ 𝑥1=(𝑎+𝑏−ε)/2=(1.28125+1.3875−0.05)/2 = 2.61875/2=1.309375,

𝑥2=(𝑎+𝑏+ε)/2=(1.28125+1.3875+0.05)/2 = 2.71875/2=1.359375

1. 𝑦1 = 𝑓(𝑥1) = −1.7543688348, 𝑦2 = 𝑓(𝑥2) = −1.72201712
2. 𝑓(𝑥1) < 𝑓(𝑥2) ⇒ a = 𝑥1 = 1.309375
3. 𝑏 − 𝑎 = 1.3875 − 1.309375= 0.078125, 2 \* ε = 0.1, значит,

𝑏 − 𝑎 < 2 \* ε ⇒ переходим к пункту 5

xm = (a + b) / 2 = (1.309375 + 1.3875) / 2 = 1.3484375,

ym = f (xm) = −1.73311316443.

Итерация 5: не требуется

# Метод золотого сечения

Исходный код:

**from typing import Callable**

**GOLDEN\_RATIO\_1 = 0.382**

**GOLDEN\_RATIO\_2 = 0.618**

**def solve(**

**f\_deriv: list[Callable[[float], float]],**

**\_a: float,**

**\_b: float, e: float,**

**) -> tuple[float, float]: f = f\_deriv [0]**

**a = \_a**

**b = \_b**

**x1 = a + GOLDEN\_RATIO\_1 \* (b - a) x2 = a + GOLDEN\_RATIO\_2 \* (b - a)**

**while True:**

**# Шаг 1**

**# Шаг 2**

**if f(x1) < f(x2): b = x2**

**x2 = x1**

**x1 = a + GOLDEN\_RATIO\_1 \* (b - a)**

**else:**

**a = x1 x1 = x2**

**x2 = a + GOLDEN\_RATIO\_2 \* (b - a)**

**# Шаг 3**

**if (b - a) < e \* 2: break**

**# Шаг 4**

**x\_m = (a + b) / 2 y\_m = f(x\_m)**

**return x\_m, y\_m**

Итерация 1:

1. ​ 𝑥1 = 𝑎 + 0. 382 \* (𝑏 − 𝑎) = 1 + 0.382 \* (1.5 − 1) = 1.191

𝑥2 = 𝑎 + 0. 618 \* (𝑏 − 𝑎) = 1 + 0.618 \* (1.5 − 1) = 1.309

1. 𝑓(𝑥1) = −1.68556409565, 𝑓(𝑥2) = −1.75444473744

𝑓(𝑥1)> 𝑓(𝑥2) ⇒ [𝑥1, 𝑏], 𝑎 = 𝑥1 = 1.191

1. 𝑏 − 𝑎 = 1. 5 − 1.191= 0.309
   * + 1. ⇒ возвращаемся к шагу 1

Итерация 2:

1. 𝑥1 = 𝑎 + 0. 382(𝑏−𝑎) = 1.191+ 0.382(1.5 − 1.191) = 1.309038

𝑥2 = 𝑎 + 0. 618(𝑏−𝑎) = 1.191+ 0. 618(1.5 − 1.191) = 1.381962

1. 𝑓(𝑥1) = −1.75443714981, 𝑓(𝑥2) = −1.69112187415

𝑓(𝑥1) <𝑓(𝑥2) ⇒ [𝑎, 𝑥2], 𝑏 = 𝑥2 = 1.381962

1. 𝑏 − 𝑎 = 1.381962 − 1.191 = 0.190962

0.190962>0.1 ⇒ возвращаемся к шагу 1

Итерация 3:

1. 𝑥 = 𝑎 + 0.382(𝑏−𝑎) = 1.191+0.382(1.381962 −1.191) = 1.26394748

1

𝑥 =𝑎 + 0.618(𝑏−𝑎) = 1.191+0.618(1.381962 −1.191) = 1.3090145

2

1. 𝑓 (𝑥1) = −1.74818604323, 𝑓(𝑥2) = −1.75444184492

𝑓(𝑥1)> 𝑓(𝑥2) ⇒ [𝑥1, 𝑏], 𝑎 = 𝑥1 = 1.26394748

1. 𝑏 − 𝑎 = 1.381962 − 1.26394748 = 0.11801452

0.11801452> 0. 1 ⇒ возвращаемся к шагу 1

Итерация 4:

1. 𝑥1=𝑎+ 0.382(𝑏−𝑎) =

= 1.26394748 +0.382(1.381962 −1.26394748) = 1.30902902664

𝑥2 = 𝑎 + 0.618(𝑏−𝑎) =

= 1.26394748 +0.618(1.381962 −1.26394748) = 1.33688045336

1. 𝑓 (𝑥1) = −1.75443894367, 𝑓(𝑥2) = −1.74228454947

𝑓(𝑥1) <𝑓(𝑥2) ⇒ [𝑎, 𝑥2], 𝑏 = 𝑥2 = 1.33688045336

1. 𝑏 − 𝑎 = 1.33688045336− 1.26394748 = 0.11801452

0.07293297336 <0.1 ⇒ вычисления закончены

# Метод хорд

Исходный код:

**from typing import Callable**

**def solve(**

**f\_deriv: list[Callable[[float], float]],**

**\_a: float,**

**\_b: float, e: float,**

**) -> tuple[float, float]: f = f\_deriv [0]**

**f\_deriv\_1 = f\_deriv [1]**

**a = \_a**

**b = \_b**

**fd1a = f\_deriv\_1(a)**

**fd1b = f\_deriv\_1(b)**

**while True:**

**# Шаг 1**

**x = a - (fd1a / (fd1a - fd1b)) \* (a - b) fd1x = f\_deriv\_1(x)**

**# Шаг 2**

**if abs(fd1x) <= e: return x, f(x)**

**# Шаг 3**

**if fd1x > 0: b = x**

**fd1b = f\_deriv\_1(b)**

**else:**

**a = x**

**fd1a = f\_deriv\_1(a)**

Производная:

Итерация 1:

1. 𝑥= 𝑎 − 𝑓'(𝑎) (𝑎 − 𝑏) = 0.8599562363

𝑓'(𝑎)−𝑓'(𝑏)

1. |𝑓'(𝑥)| = 1.954174223, ε = 0. 05, |𝑓'(𝑥)|> ε ⇒ переход к шагу 3
2. 𝑓'(𝑥) = -1.954174223 <0 ⇒ a = 𝑥 = 0.8599562363. Возврат к шагу 1

Итерация 2

1. 𝑥 = 𝑎 − 𝑓'(𝑎) (𝑎 − 𝑏) = 0.6836641404

𝑓'(𝑎)−𝑓'(𝑏)

1. |𝑓'(𝑥)| = 1.61641852724, ε = 0. 05, |𝑓'(𝑥)|> ε ⇒ переход к шагу 3
2. 𝑓'(𝑥) = -1.61641852724 <0 ⇒ a = 𝑥 = 0.6836641404. Возврат к шагу 1

Итерация 3

1. 𝑥 = 𝑎 − 𝑓'(𝑎) (𝑎 − 𝑏) = 0.488380448268

𝑓'(𝑎)−𝑓'(𝑏)

1. |𝑓'(𝑥)| = 1.2135968831, ε = 0.05, |𝑓'(𝑥)|> ε ⇒ переход к шагу 3
2. 𝑓'(𝑥) = -1.2135968831 <0 ⇒ a = 𝑥 = 0.488380448268. Возврат к шагу 1

Итерация 4

1. 𝑥 = 𝑎 − 𝑓'(𝑎) (𝑎 − 𝑏) = 0.295170585998

𝑓'(𝑎)−𝑓'(𝑏)

1. |𝑓'(𝑥)| = 0.965545077694, ε = 0.05, |𝑓'(𝑥)|> ε ⇒ переход к шагу 3
2. 𝑓'(𝑥) = -0.965545077694 <0 ⇒ a = 𝑥 = 0.295170585998. Возврат к шагу 1

Итерация 5

1. 𝑥 = 𝑎 − 𝑓'(𝑎) (𝑎 − 𝑏) = 0.104655566706

𝑓'(𝑎)−𝑓'(𝑏)

1. |𝑓'(𝑥)| = 0.928201482286, ε = 0. 05, |𝑓'(𝑥)|> ε ⇒ переход к шагу 3
2. 𝑓'(𝑥) = −0.928201482286 <0 ⇒ a = 𝑥 = 0.104655566706. Возврат к шагу 1

# Метод Ньютона

Исходный код:

**from typing import Callable**

**def solve(**

**f\_deriv: list[Callable[[float], float]],**

**\_a: float,**

**\_b: float, e: float,**

**) -> tuple[float, float]: f = f\_deriv [0]**

**f\_deriv\_1 = f\_deriv [1]**

**f\_deriv\_2 = f\_deriv [2]**

**a = \_a**

**b = \_b**

**# Шаг 1**

**x = (a + b) / 2**

**while True:**

**# Шаг 2**

**fd1x = f\_deriv\_1(x)**

**fd2x = f\_deriv\_2(x)**

**x = x - (fd1x / fd2x)**

**# Шаг 3**

**if abs(f\_deriv\_1(x)) <= e:**

**return x, f(x)**

Итерация 1:

1. 𝑥0= (𝑎 + 𝑏)/2 = 2.5/2 = 1.25

2. 𝑥1 = 𝑥0 − 𝑓'(𝑥0) / 𝑓''(𝑥0) = 0.635825

3. |𝑓'(𝑥1) | = 0. 584997, ε = 0. 005

|𝑓'(𝑥1) |> ε, продолжаем вычисления

Итерация 2:

4. 𝑥2 =𝑥1 − 𝑓'(𝑥1) / 𝑓''(𝑥0) = 0.696325

5. |𝑓'(𝑥2) | = 0. 056046, ε = 0. 005

|𝑓'(𝑥2) |> ε, продолжаем вычисления

Итерация 3:

6.𝑥 =𝑥 − 𝑓'(𝑥2) = 0.703393 3 2 𝑓''(𝑥2)

7. |𝑓'(𝑥3) | = 0. 000579, ε = 0. 005

|𝑓'(𝑥3) | <ε, заканчиваем вычисления, ответ:

𝑥𝑚 = 0. 703393, 𝑦𝑚 = 𝑓(𝑥𝑚) = 3. 442277